

RECIBIDO: 24 DE ABRIL DE 2026. REVISADO: 03 DE AGOSTO DE 2026. ACEPTADO: 17 DE SEPTIEMBRE DE 2026.

PROGRAMANDO EL ARTE VISUAL TRIGONOMÉTRICO EN DISPOSITIVOS MÓVILES: UNA ESTRATEGIA DIDÁCTICA

*PROGRAMMING TRIGONOMETRIC VISUAL ART ON
MOBILE DEVICES: A DIDACTIC STRATEGY*

Dr. Javier Díaz Sánchez

Preparatoria General "Lázaro Cárdenas del Río"
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP)
javier.diazsa@correo.buap.mx

ORCID: 0000-0002-5851-9636
Puebla, México

RESUMEN

Se reporta un estudio cuasiexperimental (pre-test/pos-test, $n = 120$) orientado a analizar la incidencia de una estrategia pedagógica que articula el modelo de Taller (Ander-Egg, 1999) y el Aprendizaje Basado en Proyectos en la enseñanza de trigonometría mediante programación visual. Los estudiantes de quinto semestre de la Prep. Lázaro Cárdenas del Río (BUAP), distribuidos en grupo experimental ($n = 65$) y de control ($n = 55$), desarrollaron como producto integrador una aplicación móvil en MIT App Inventor para el trazado de ecuaciones polares, curvas de Lissajous y Rosas de Maurer. La evaluación mediante triangulación instrumental reveló que el 80 % desconocía los contenidos al inicio; al término, el 95 % reportó consolidación de conocimientos, el 95 % de los portafolios alcanzó nivel muy bueno o excelente y el 92 % de las valoraciones Likert calificó la estrategia como muy adecuada. La prueba t de Student corroboró un efecto de magnitud grande ($t = 8.74$, $p < 0.001$, $d = 1.23$), respaldando la viabilidad de integrar programación móvil y trigonometría.

Palabras clave: Trigonometría; Ecuaciones polares; Rosas de Maurer; Curvas de lissajous; Aprendizaje Basado en Proyectos.

ABSTRACT

This study reports a quasi-experimental design (pre-test/post-test, $n = 120$) aimed at analyzing the impact of a pedagogical strategy that articulates the Workshop model (Ander-Egg, 1999) with Project-Based Learning in the teaching of trigonometry through visual programming. Fifth-semester students from the Lázaro Cárdenas del Río Preparatory School (BUAP), divided into an experimental group ($n = 65$) and a control group ($n = 55$), developed a mobile application in MIT App Inventor as an integrative product for plotting polar equations, Lissajous curves, and Maurer roses. Evaluation through instrumental triangulation revealed that 80% of students lacked prior knowledge of the content at baseline; by the end of the intervention, 95% reported consolidated learning, 95% of portfolios reached a very good or excellent level, and 92% of Likert-scale assessments rated the strategy as highly adequate. A Student's t -test confirmed a large effect size ($t = 8.74$, $p < 0.001$, $d = 1.23$), supporting the feasibility of integrating mobile programming with trigonometry instruction.

Keywords: Trigonometry; Polar equations; Maurer roses; Lissajous curves; Project-Based Learning.

INTRODUCCIÓN



El aprendizaje de la trigonometría es esencial tanto en el desarrollo del pensamiento matemático como en su aplicación transversal dentro de las diversas áreas del conocimiento; al estudiar las relaciones entre ángulos y lados de triángulos, así como las funciones derivadas, se construyen pilares donde el conocimiento de sus relaciones es fundamental en disciplinas como la física, la ingeniería, la arquitectura y la informática (García-García y Dolores-Flores, 2022). Sin embargo, la enseñanza convencional de la trigonometría en el bachillerato suele limitarse a la memorización de fórmulas y ejercicios abstractos desconectados de aplicaciones reales, lo que genera baja motivación y comprensión superficial en los estudiantes.

Por su parte, autores como Rivas y Fernández (2023) destacan que la enseñanza de la trigonometría con un enfoque transversal, aumenta significativamente la motivación y la comprensión de los estudiantes al mostrar cómo los conceptos trigonométricos se aplican en otras asignaturas y en la tecnología del mundo real; en esa misma línea, Martín y Pérez (2024) enfatizan la importancia de integrar tecnologías digitales en la enseñanza de la trigonometría: el uso de software de modelado y simulación ayuda a los estudiantes a visualizar conceptos abstractos y a entender su aplicación práctica, un hecho que se observa en el desarrollo de la secuencia.

Con todo lo anterior, el presente estudio propone una secuencia didáctica articulada bajo la estrategia de Taller (Ander-Egg, 1999) y el Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP), donde el producto integrador es el desarrollo de una aplicación móvil en MIT App Inventor capaz de graficar ecuaciones polares, curvas de Lissajous y Rosas de Maurer; esta propuesta se implementó con 120 estudiantes de quinto semestre

de la Preparatoria Lázaro Cárdenas del Río (BUAP), bajo un diseño cuasiexperimental con pre-test, post-test, rúbrica de portafolios, encuesta Likert y análisis estadístico inferencial mediante la prueba t de Student.

En este contexto, el Modelo Universitario Minerva (MUM-BUAP) permite este esfuerzo académico, ya que se enmarca en una formación constructivista, sociocultural y por competencias, que exige la transversalidad curricular entre asignaturas teóricas y tecnológicas, de esta manera la asignatura Innovación de Aplicaciones, que forma parte del tronco común del plan de estudios Plan 07, ofrece el espacio pedagógico ideal para materializar esta transversalidad: el estudiante produce una App de visualización matemática que integra saberes previos de trigonometría y nuevos aprendizajes de programación visual en MIT App Inventor, en concordancia con la perspectiva de las metodologías activas, Morales-Morgado et al. (2023) argumentan que las estrategias de enseñanza mediadas por tecnología —entre las que el ABP y el Taller ocupan un lugar central— mejoran significativamente la participación estudiantil, la reflexión crítica y la transferencia de aprendizajes cuando se articulan con entornos digitales auténticos.

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

La estrategia de Taller, conceptualizada por Ander-Egg (1999), representa una forma de enseñar y, sobre todo, de aprender mediante la realización conjunta de algo, su principio rector es el aprender haciendo: los conocimientos se adquieren a través de una práctica sobre un aspecto de la realidad, lo que la convierte en una metodología idónea para la enseñanza de la programación y las matemáticas aplicadas. El Taller articula tres dimensiones complementarias: la conceptual (saber), la procedimental (saber hacer) y la actitudinal (saber ser), generando una experiencia de aprendizaje integral que el trabajo individual de ejercicios abstractos no puede proveer.

Cano (2012) actualiza el concepto de Taller en el contexto de la educación superior y bachillerato contemporáneos, señalando que su fortaleza pedagógica radica en la naturaleza colaborativa del proceso: los estudiantes construyen conocimiento de manera colectiva, negocian significados y producen artefactos compartibles que exigen la integración de múltiples saberes, esta característica es directamente aplicable al desarrollo colaborativo de la App trigonométrica del presente estudio.

APRENDIZAJE BASADO EN PROYECTOS (ABP)

El ABP (Krajcik y Shin, 2014) organiza el aprendizaje en torno a un proyecto auténtico, complejo y orientado a la producción de un artefacto. Sus seis características clave —pregunta impulsora, investigación sostenida, autenticidad, voz y elección del estudiante, reflexión crítica y revisión, y presentación pública— han sido validadas en múltiples contextos educativos. Markula y Aksela (2022), en su estudio de casos múltiples ($n = 12$ escuelas), demuestran que el ABP promueve específicamente la colaboración, el uso de herramientas tecnológicas y la centralidad del problema como motor del aprendizaje.

En el contexto de la educación matemática, Maspul (2024) concluye que los estudiantes en ABP demuestran pensamiento crítico y resolución de problemas significativamente superiores al conectar conceptos académicos abstractos con desafíos prácticos del mundo real, así mismo, Mota et al. (2025) documentan en su bibliometría global que colaboración, pensamiento crítico y autorregulación son las habilidades más consistentemente desarrolladas por el ABP en contextos STEM, competencias que el ciclo diseño-implementación-depuración de la App trigonométrica activa de manera natural.

APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO Y TRANSVERSALIDAD CURRICULAR

Ausubel (2002) establece que el aprendizaje significativo ocurre cuando el nuevo conocimiento se ancla en las estructuras cognitivas previas del estudiante de manera no arbitraria y sustantiva; en el presente

estudio, los conceptos trigonométricos —funciones seno y coseno, coordenadas polares, parametrización— constituyen el conocimiento previo que la App activa y visibiliza, mientras que la programación en bloques es el nuevo aprendizaje que se ancla en esas estructuras matemáticas.

Morán Oviedo (2004) conceptualiza la transversalidad curricular como la articulación de saberes de distintas asignaturas en torno a un eje común de aprendizaje; en este sentido, la App trigonométrica funciona como ese eje: Matemáticas aporta los modelos (ecuaciones polares, Lissajous, Maurer), e Innovación de Aplicaciones aporta el entorno de desarrollo (MIT App Inventor), generando una experiencia de aprendizaje que ninguna asignatura podría proveer de forma aislada.

MIT APP INVENTOR Y EL PENSAMIENTO COMPUTACIONAL

MIT App Inventor es una plataforma de desarrollo visual basado en bloques que elimina la barrera sintáctica de los lenguajes de programación textual (Wolber et al., 2015). Al utilizar una interfaz de bloques que encajan como piezas de rompecabezas, permite que los estudiantes concentren su atención desde el primer día en la esencia de la programación: la descomposición de problemas, el diseño de algoritmos, la abstracción y el pensamiento lógico-secuencial (Brennan, 2015), esta característica la convierte en la herramienta óptima para articular programación y matemáticas en el bachillerato.

Por su parte, Resnick (2013) afirma que en el proceso de aprendizaje de la codificación, la gente aprende muchas otras cosas: no solo aprenden a codificar, codifican para aprender; este principio se materializa en el proyecto Maurer: para programar la Rosa de Maurer, el estudiante debe comprender las funciones seno y coseno, la conversión de coordenadas polares a cartesianas y la estructura del ciclo for, saberes matemáticos que la codificación hace operacionales y verificables de forma inmediata.

En estudios recientes, López y García (2024) documentan que los estudiantes que aprenden a programar aplicaciones móviles experimentan mayor sentido de logro y motivación, lo que impacta positivamente en la

comprensión de contenidos matemáticos relacionados, aunado a lo anterior, Fernández y Martínez (2023) señalan que la programación de dispositivos móviles democratiza el acceso al pensamiento computacional, lo cual resulta especialmente relevante en contextos de bachillerato público como el de la BUAP.

METODOLOGÍA

El estudio adopta un diseño cuasiexperimental con grupos no equivalentes (Hernández-Sampieri et al., 2014), pre-test y post-test, y metodología mixta: cuantitativa (t de Student, estadísticos descriptivos, índice de Hake) y cualitativa (análisis de portafolios y observación docente). La muestra está conformada por 120 estudiantes de quinto semestre de la Preparatoria. Lázaro Cárdenas del Río (BUAP), con edades entre 16 y 17 años, el grupo experimental (n = 65) siguió la secuencia didáctica basada en Taller + ABP con desarrollo de App en MIT App Inventor, el grupo control (n = 55) recibió instrucción convencional de trigonometría mediante explicaciones magistrales, ejercicios en libro de texto y evaluación escrita. La asignación a los grupos no fue aleatoria (grupos naturales de clase), lo que justifica el diseño propuesto.

INSTRUMENTOS

Pre-test y Post-test

Tras la intervención de cinco sesiones, el grupo experimental alcanzó una media de 78.6 % en el post-

test, partiendo de una media inicial de 20.4 %, esta ganancia bruta de 58.2 puntos porcentuales se traduce en un índice de ganancia normalizada de Hake de $g = 0.73$, valor que la literatura clasifica en la categoría de ganancia alta (Hake, 1998); en términos cualitativos, este resultado significa que el 95 % de los estudiantes del grupo experimental afirmó haber afianzado o mejorado sus conocimientos de trigonometría al concluir la secuencia didáctica.

El grupo control, por su parte, pasó de una media inicial de 18.8 % a 47.3 % en el post-test, registrando una ganancia bruta de 28.5 puntos porcentuales y un índice de Hake de $g = 0.35$, correspondiente a la categoría de ganancia media-baja. Aunque el grupo control también evidencia una mejora respecto al punto de partida —lo que confirma que la instrucción convencional produce cierto aprendizaje—, la diferencia entre grupos en el post-test es de 31.3 puntos porcentuales, y la brecha en el índice de Hake ($\Delta g = 0.38$) pone en evidencia el impacto diferencial sustancial de la estrategia Taller + ABP sobre el aprendizaje de la trigonometría.

A continuación, la Tabla 1 se presenta de manera simplificada el cuestionario de 15 reactivos de opción múltiple que evalúa cinco dominios del conocimiento trigonométrico, aplicado al inicio (sesión 1) y al final (sesión 5) de la intervención, donde la ganancia normalizada se calcula con el índice de Hake: $g = (\text{post} - \text{pre}) / (100 - \text{pre})$ (véase Tabla 1).

Tabla 1
Estructura del pre-test y post-test por dominio (15 reactivos)

Dominio	Reactivos	Descripción
Conceptos fundamentales	1–3	Definición de seno, coseno y tangente; relaciones en el triángulo rectángulo.
Funciones trigonométricas	4–6	Gráfica, periodo y amplitud de $\text{sen}(x)$ y $\text{cos}(x)$.
Coordenadas polares	7–9	Conversión polar $\leftrightarrow$ cartesiana; trazado de $r(\theta) = a \cdot \text{sen}(n\theta)$.
Parametrización	10–12	Curvas de Lissajous; interpretación de amplitud y desfase.
Aplicación computacional	13–15	Estructuras de ciclo for; codificación de trazado; depuración lógica.

Nota. Elaboración propia.

Rúbrica Analítica de Portafolio

Los criterios descritos en la Tabla 2, son evaluados en escala 1–4 (Insuficiente, Básico, Adecuado, Muy Bueno), de esta manera el portafolio se conforma en: bitácora de proceso, capturas de la App en cada fase, código comentado y reflexión metacognitiva, los cinco criterios de la rúbrica no son dimensiones independientes sino elementos de un sistema evaluativo coherente diseñado para capturar el aprendizaje trigonométrico desde cinco

ángulos complementarios. El criterio 1 evalúa el resultado técnico; el criterio 2, la calidad del proceso programático; el criterio 3, la comprensión matemática subyacente; el criterio 4, la progresión temporal del aprendizaje; y el criterio 5, la reflexión metacognitiva sobre la experiencia. Juntos, cubren las dimensiones: conceptual (saber), procedimental (saber hacer) y actitudinal (saber ser y reflexionar) que Ander-Egg (1999) establece como los tres ejes constitutivos del aprendizaje en el Taller.

Tabla 2
Rúbrica analítica de portafolio (parcial)

Criterio	Muy Bueno (4)	Adecuado (3)	Básico (2)	Insuficiente (1)
2. Calidad del código / bloques	Bloques limpios, organizados, comentados; uso correcto de ciclo for y funciones trigonométricas.	Bloques funcionales con mínimas inconsistencias documentadas.	Bloques funcionales sin organización ni comentarios.	Bloques no funcionales o copiados sin comprensión.
3. Fundamentos matemáticos documentados	Bitácora con ecuaciones, derivación de parámetros, conversión polar-cartesiana y análisis de resultados.	Tres de los cuatro elementos presentes con nivel adecuado.	Solo ecuaciones; sin análisis ni derivación.	Ausencia de fundamentos matemáticos.
4. Progresión del aprendizaje	Evidencia clara de avance desde rosas polares hasta Maurer con registro de errores y correcciones.	Progresión documentada con al menos dos etapas.	Solo una etapa documentada; sin registro de errores.	Sin progresión documentada.

Nota. Elaboración propia.

Encuesta Likert

La encuesta Likert de 15 ítems, aplicada al concluir la sesión 5, arrojó una media global de 4.55 sobre 5 para los 13 ítems positivos, con el 92 % de las respuestas ubicadas en los valores 4 (De acuerdo) o 5 (Totalmente de acuerdo), este resultado confirma que la estrategia Taller + ABP con MIT App Inventor fue percibida por la gran mayoría de los estudiantes como muy adecuada para aprender trigonometría. La dimensión de motivación y engagement registró la media más alta del instrumento (4.64/5, 94 % de valoraciones favorables); dentro de esta dimensión, el ítem 6 —El hecho de ver resultados visuales inmediatos al codificar

me mantuvo motivado durante el curso— fue el más valorado de toda la encuesta con 4.78/5, lo que señala a la retroalimentación visual instantánea de la App como el principal factor motivacional de la secuencia. Este resultado es coherente con lo documentado por Martín y Pérez (2024): la visualización tecnológica de conceptos abstractos transforma cualitativamente la experiencia de aprendizaje al reducir la distancia entre el concepto y su representación perceptible. La Tabla 3, presenta parcialmente la encuesta aplicada al finalizar la sesión 5 al grupo experimental, y las dimensiones se derivan del marco teórico (Ander-Egg, 1999; Krajcik y Shin, 2014; Morales-Morgado et al., 2023).

Tabla 3*Encuesta (parcial) Likert de 15 ítems en 4 dimensiones (grupo experimental)*

Ítem	Enunciado	Dimensión
4	Desarrollar la App de Rosas de Maurer me ayudó a integrar todos los conceptos trigonométricos del curso.	Comprensión matemática
6	El hecho de ver resultados visuales inmediatos al codificar me mantuvo motivado/a durante el curso.	Motivación y engagement
9	Codificar las ecuaciones trigonométricas me obligó a entender profundamente su significado matemático.	Pensamiento computacional
14	Tuve dificultades para entender las ecuaciones matemáticas al inicio del taller.	Área de mejora (inverso)

Nota. Elaboración propia.**Secuencia Didáctica: Taller + ABP**

La Tabla 4 presenta la secuencia íntegra de la estructura del Taller (Ander-Egg, 1999) —aprender

haciendo en colectivo— con las seis fases del ABP (Krajcik y Shin, 2014), siendo desarrollada en 5 sesiones de 50 minutos.

Tabla 4*Secuencia didáctica Taller + ABP (5 sesiones, n = 65 grupo experimental)*

Sesiones	Nombre ABP	Actividades del Taller	Producto parcial
1	Exploración y diagnóstico	Pre-test; revisión de fundamentos trigonométricos (seno, coseno, coordenadas polares); demostración de la App final como pregunta impulsora: ¿cómo la trigonometría dibuja arte?; formación de equipos colaborativos.	Mapa conceptual trigonométrico; fundamentos matemáticos documentados.
2	Diseño y planeación — Rosas polares	Simplificación docente de $r(\Theta) = a \cdot \sin(n \cdot \Theta)$; conversión polar $\rightarrow$ cartesiana; codificación en MIT App Inventor con ciclo for y canvas; trazado de rosas básicas y ecuación mariposa.	App v1: rosa polar y ecuación mariposa funcionando; bitácora de bloques.
3	Implementación — Curvas de Lissajous	Introducción a la parametrización $x(t) = A \cdot \sin(\omega_x t + \phi)$, $y(t) = B \cdot \sin(\omega_y t)$; codificación con componentes de escala y desplazamiento; ajuste de parámetros y exploración creativa.	App v2: curvas de Lissajous con control de parámetros; análisis de frecuencias.
4	Prueba, depuración y personalización — Rosas de Maurer	Implementación de $r = \sin(k \cdot \theta)$ con 361 puntos; manejo de grados vs radianes; depuración de errores de escala; personalización: paleta de colores, comandos de voz, control de parámetros.	App v3: Rosa de Maurer funcional y personalizada; portafolio completo.
5	Presentación y evaluación	Video de funcionalidad; exposición ante el grupo; retroalimentación entre pares (evaluación formativa); encuesta Likert; post-test; reflexión metacognitiva en portafolio.	Portafolio final; post-test; video de demostración.

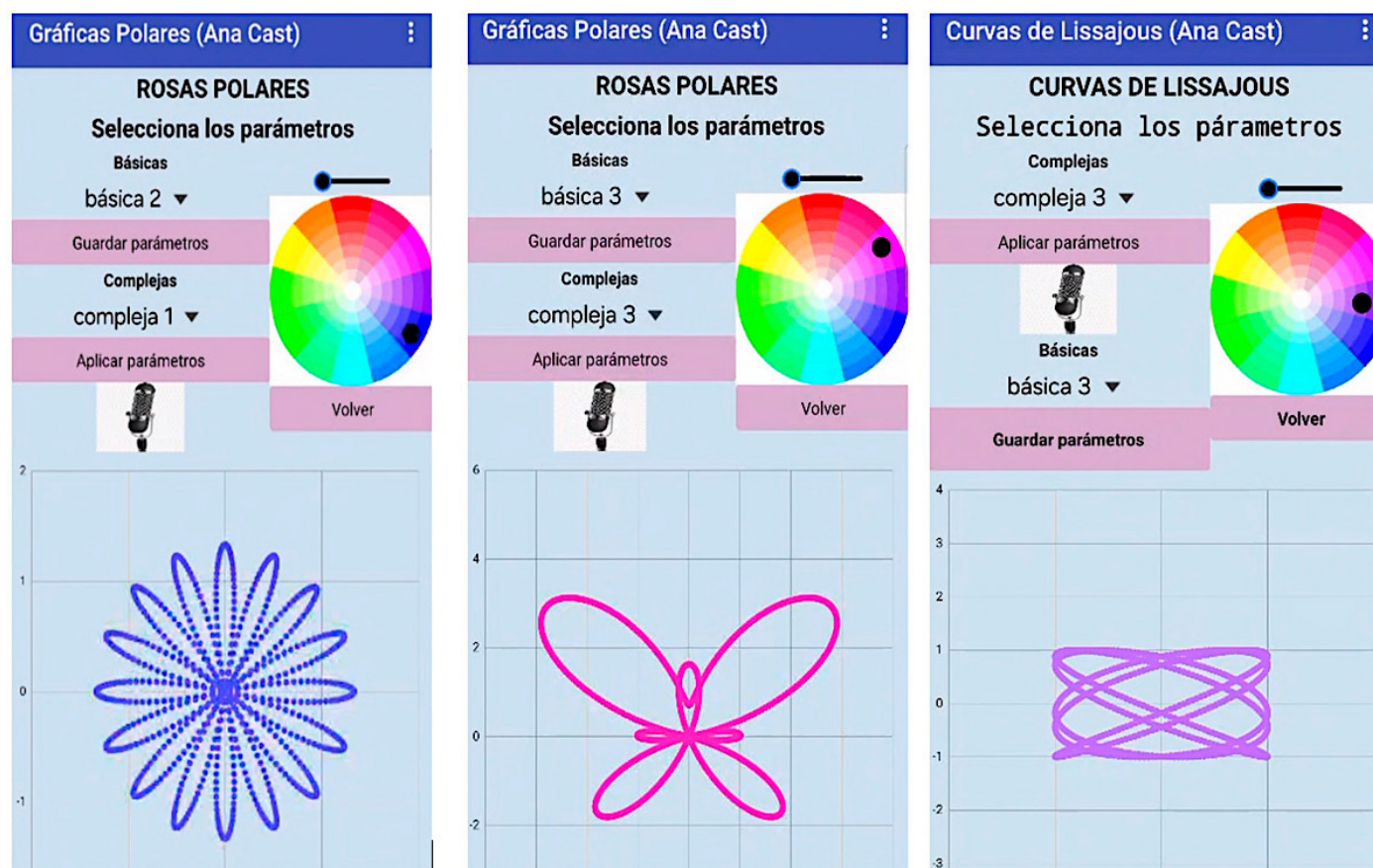
Nota. Elaboración propia.

Como se observa en las sesiones 2, 3 y 4, se diseñaron y desarrollaron módulos progresivos que abarcan desde trazos básicos con ecuaciones polares hasta las complejas Rosas de Maurer. En este caso los estudiantes atendieron al desarrollo de elementos básicos, que fueron graduales, en las siguientes imágenes (véase fig.

1) se pueden observar los resultados progresivos de la App desarrollada, la cual muestra una evolución que parte desde la codificación de rosas polares básicas con n pétalos, o formas complejas como la ecuación de mariposa basada en funciones exponenciales, y se finaliza parcialmente con el desarrollo de curvas de Lissajous.

Figura 1

Aplicación desarrollada por estudiantes del NMS- BUAP-ULC



Nota. Elaboración propia.

FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS

En cada una de las etapas (2, 3 y 4), se explicó el proceso matemático y su correlación con el modelado computacional para aumentar la complejidad y el aprendizaje significativo de los conceptos de trigonometría en la medida del desarrollo de la secuencia:

Rosas y ecuaciones polares: Las ecuaciones polares permiten describir curvas en un plano bidimensional

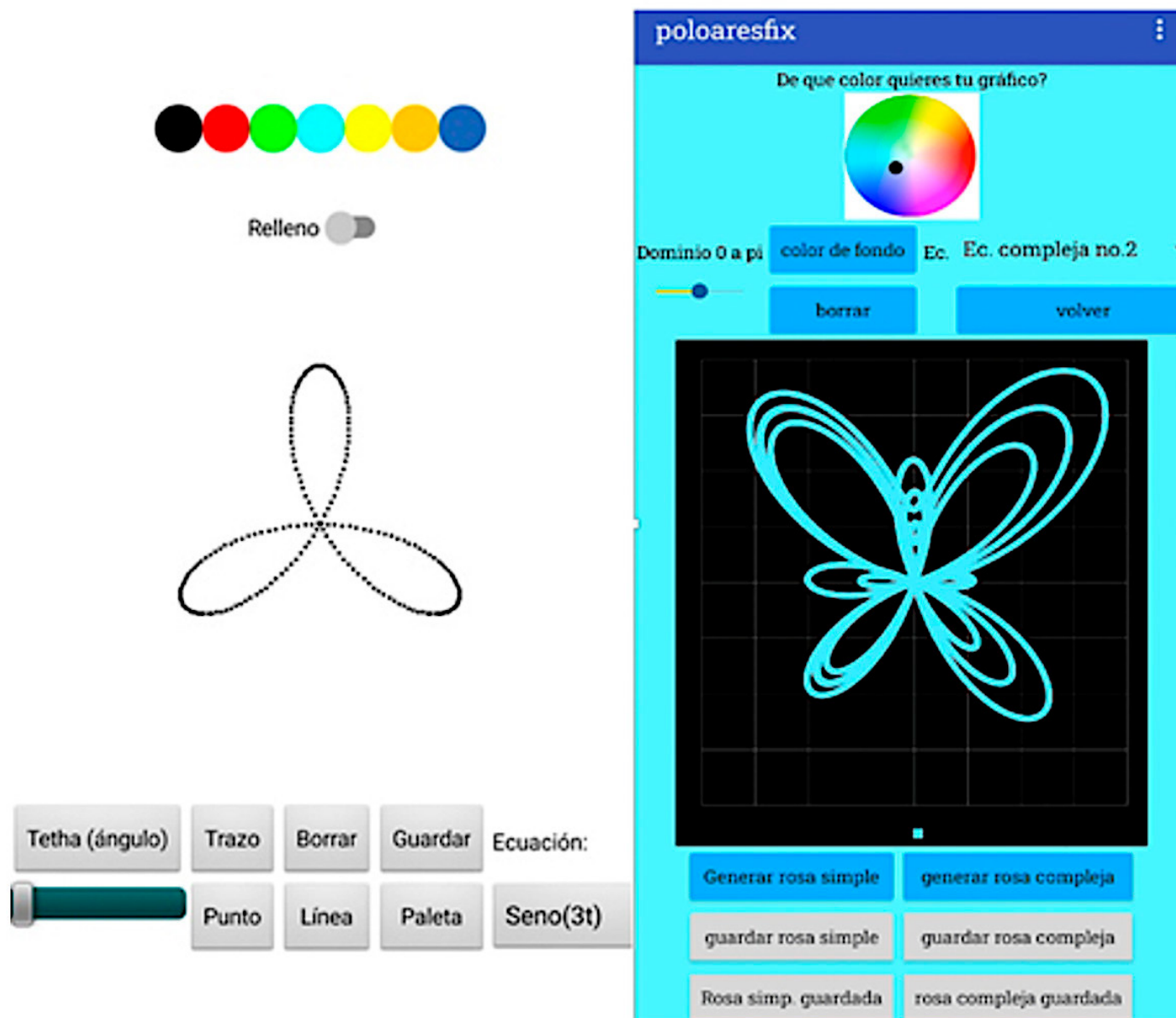
usando coordenadas radiales y angulares. Entre los ejemplos que se construyeron y partieron de lo básico hasta lo complejo en las App desarrolladas por los estudiantes fueron las rosas polares y ecuaciones como la curva mariposa (véase fig. 2):

$$a. r(\theta) = a \cdot \sin(n \cdot \theta)$$

$$b. r = e^{(\cos(\theta)) - 2\cos(4\theta) + \sin^5((2\theta - \pi)/24)}$$

Figura 2

Rosa polar y ecuación de Mariposa trazadas en la App desarrollada por estudiantes- BUAP-ULC

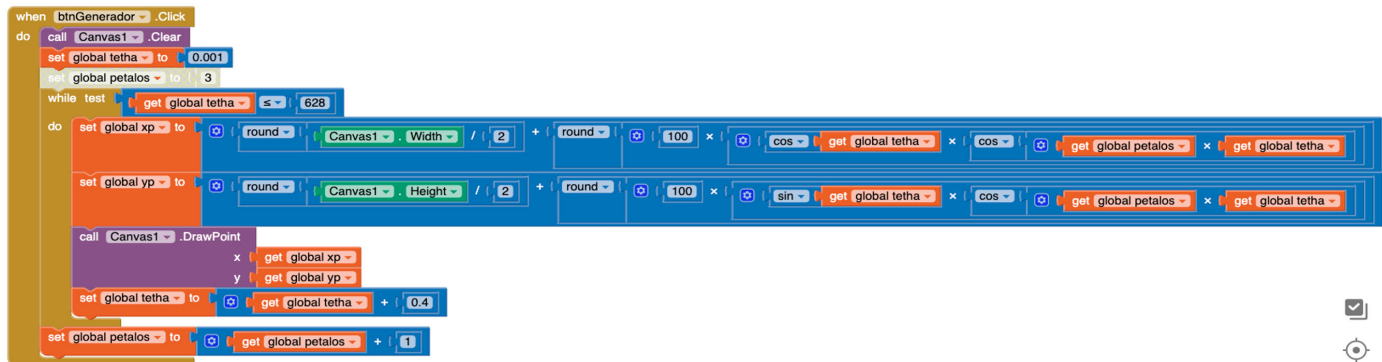


Nota. Elaboración propia.

En este primer acercamiento al trazado de ecuaciones polares, la codificación se basó en la traslación de las coordenadas polares a cartesianas a través de fundamentos sencillos que llevaron a una codificación simple (véase fig. 3)

Figura 3

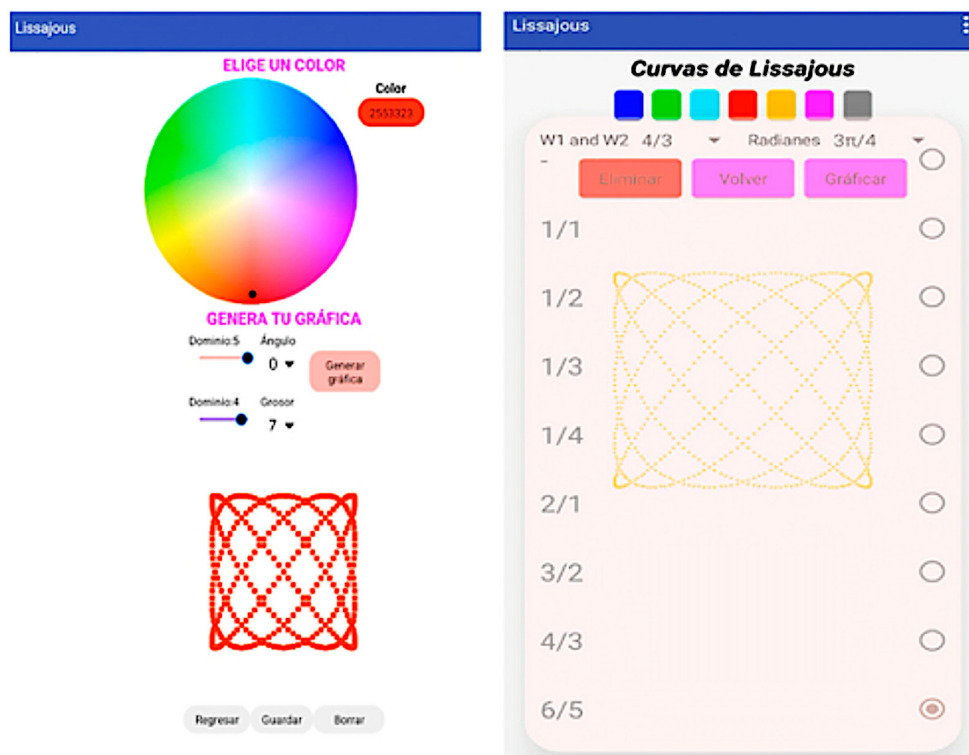
Codificación de trazado de ecuaciones polares, BUAP-ULC



Nota. Elaboración propia.

Figura 4

Curvas Lissajous trazadas en la App codificada por estudiantes- BUAP-ULC



Nota. Elaboración propia.

Curvas de Lissajous: Los gráficos de este tipo son curvas parametrizadas en el espacio cartesiano (véase fig. 4), descritas por:

- $x(t) = A \cdot \sin(\omega_x t + \phi)$
- $y(t) = B \cdot \sin(\omega_y t)$

Donde:

- A y B son las amplitudes de las oscilaciones en las direcciones x e y, respectivamente.
- ω_x y ω_y son las frecuencias angulares de los movimientos.
- ϕ es la diferencia de fase entre los dos movimientos.
- t es el parámetro tiempo.

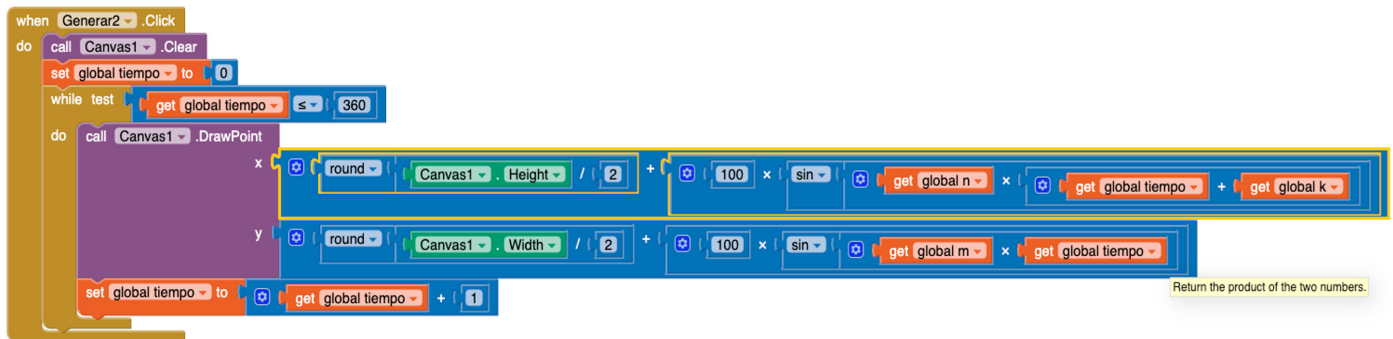
Características principales:

- La forma de la curva depende de la relación ω_x / ω_y y de la diferencia de fase ϕ .
- Si la relación de frecuencias es un número racional (es decir, $\omega_x / \omega_y = m/n$, donde m y n son enteros), la curva es cerrada y periódica.
- Si la relación es irracional, la curva nunca se cierra y llena densamente un rectángulo.

Estas curvas introducen complejidad en las visualizaciones y son el paso intermedio antes de llegar a las Rosas de Maurer, para los estudiantes implicó utilizar componentes propios de la Plataforma, para un mejor manejo de escalabilidad y ubicación espacial (véase fig. 5).

Figura 5

Codificación de Curvas de Lissajous. BUAP-ULC



Nota. Elaboración propia.

Rosas de Maurer: Las Rosas de Maurer se generan a partir de la modificación de gráficos de rosas polares. La ecuación base es:

$$r(\theta) = \sin(k\theta)$$

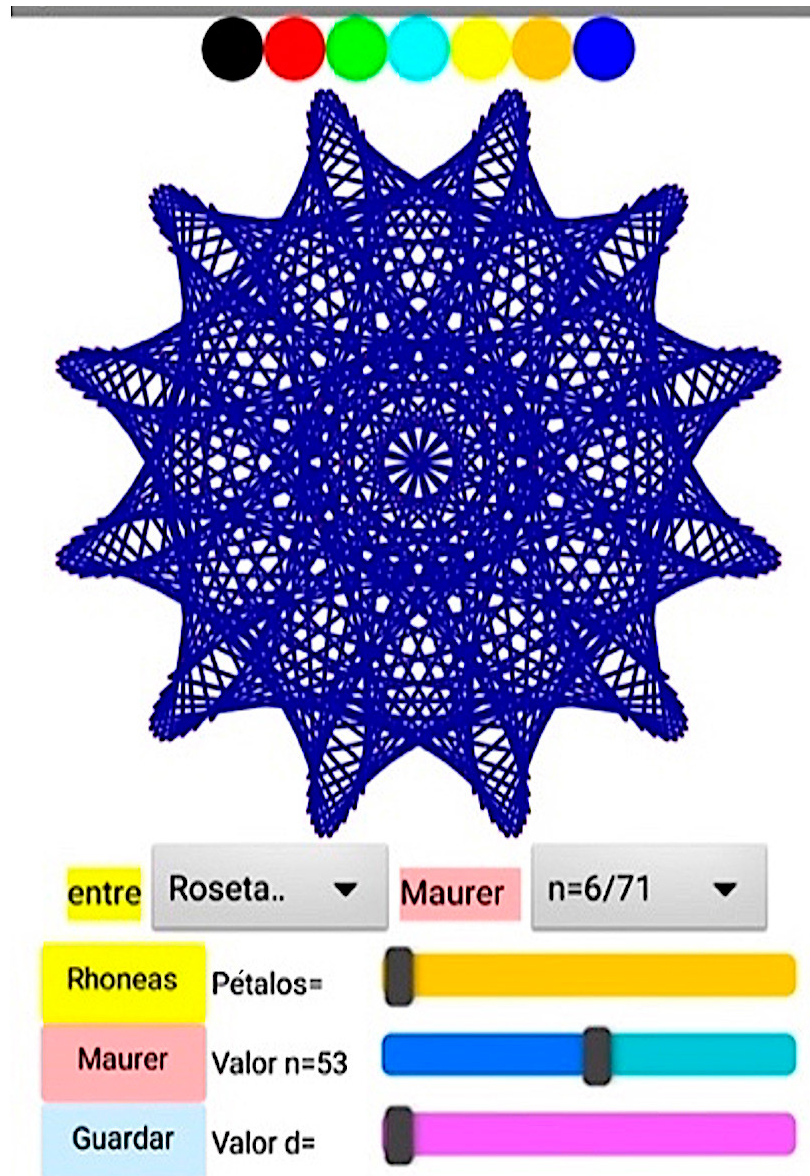
Los puntos se conectan secuencialmente con incrementos angulares para formar patrones geométricos complejos. Este método permite explorar la estética de la geometría y la matemática.

Sea $r = \sin(n \cdot \theta)$ una rosa en el sistema de coordenadas polares, donde n es un entero positivo. La rosa tiene n pétalos si n es impar, y 2 n pétalos si n es par.

Tomamos entonces 361 puntos en la rosa: $(\sin(nk), k)$ ($k = 0, d, 2d, 3d, \dots, 360d$), donde d es un entero positivo y los ángulos están en grados

Características de la Rosa de Maurer:

- Número de Pétalos: El número de pétalos de la rosa depende del valor de k. Si k es impar, la rosa tendrá k pétalos, mientras que si k es par, la rosa tendrá 2k pétalos.
- Patrones Interesantes: La Rosa de Maurer se vuelve especialmente interesante cuando se toman valores fraccionarios o no enteros para k, lo que produce patrones complejos y bellos que pueden parecer a primera vista caóticos, pero que siguen una lógica matemática precisa (véase fig. 6).

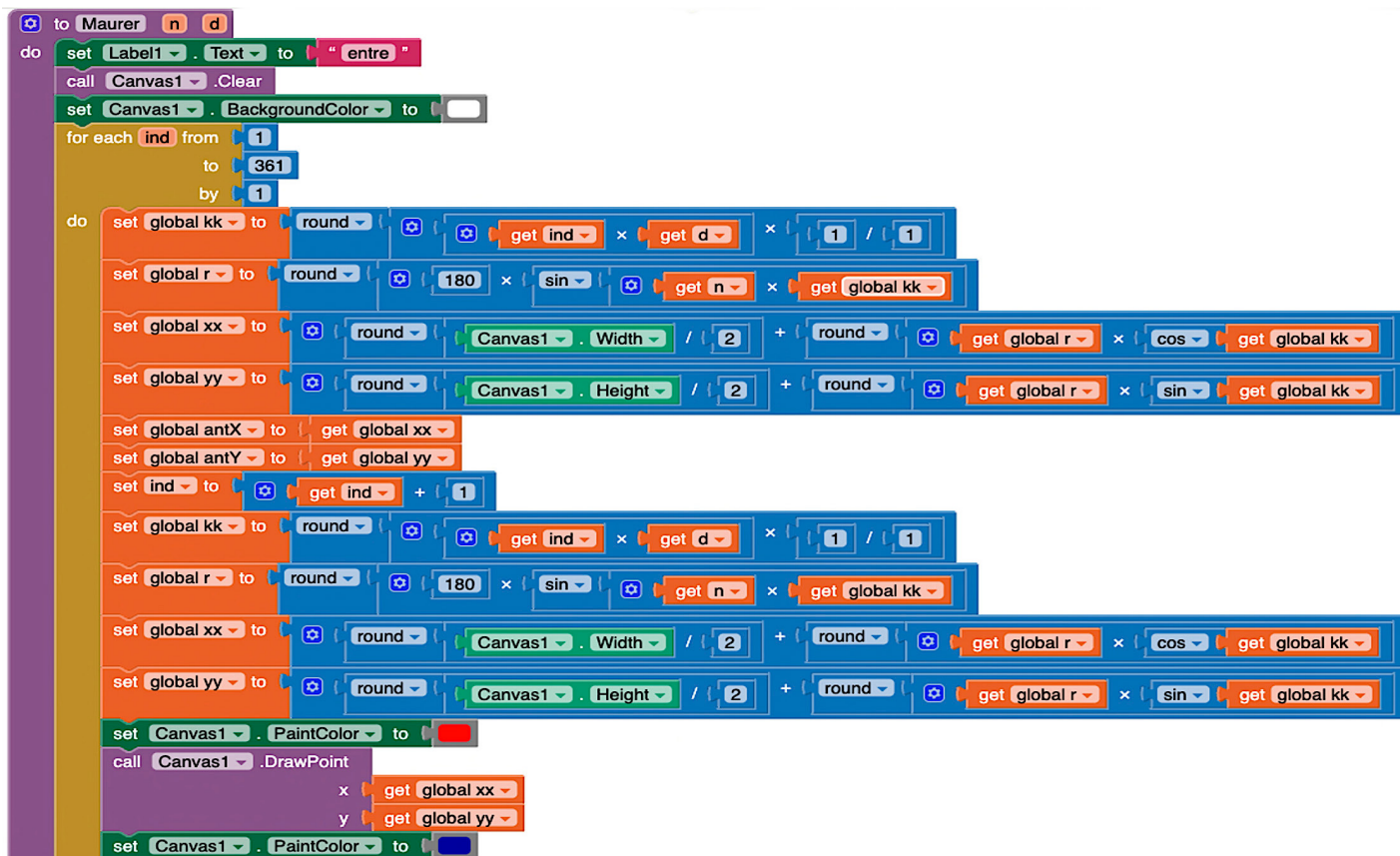
Figura 6*Rosa de Maurer trazada a través de la App desarrollada. BUAP-ULC**Nota.* Elaboración propia.

- Simetría: Estas curvas son simétricas y tienen propiedades interesantes desde el punto de vista matemático y estético, lo que las hace populares no solo en matemáticas, sino también en diseño gráfico

y arte, la codificación se ajusta en una estructura de ciclo for de 1 a 361 puntos que se trazan a través de las formas dadas por las funciones trigonométricas y su estructura parametrizada (véase fig. 7).

Figura 7

Código para trazado de Rosas de Maurer como función, BUAP-ULC



Nota. Elaboración propia.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

La aplicación del pre-test al inicio de la intervención permitió establecer la línea base de conocimientos trigonométricos de ambos grupos y confirmar su equivalencia inicial, por lo que los resultados evidenciaron un panorama de desconocimiento generalizado: en el grupo experimental ($n = 65$), apenas el 20 % de los estudiantes demostró dominio de los contenidos evaluados, mientras que en el grupo control ($n = 55$) este porcentaje fue del 18 %. La diferencia de 1.6 puntos porcentuales entre ambos grupos descarta diferencias de conocimiento previo estadísticamente relevantes, validando la comparabilidad de los grupos para el análisis posterior.

PRE-TEST: DIAGNÓSTICO DE CONOCIMIENTOS PREVIOS

Los datos de los pre-test observados en la Tabla 5 confirman la equivalencia inicial de ambos grupos: en promedio, el 80 % de los estudiantes del grupo experimental y el 82 % del grupo control desconocían conceptos fundamentales de trigonometría al inicio de la intervención, los dominios con mayor desconocimiento fueron coordenadas polares (91 %) y parametrización (94 %), precisamente los ejes matemáticos del proyecto App.

Tabla 5*Resultados del pre-test por dominio (n = 120)*

Dominio evaluado	G. Experimental — Dominio previo	G. Control — Dominio previo
Conceptos fundamentales (ítems 1–3)	18 % domina	20 % domina
Funciones trigonométricas (ítems 4–6)	22 % domina	21 % domina
Coordenadas polares (ítems 7–9)	9 % domina	10 % domina
Parametrización (ítems 10–12)	6 % domina	7 % domina
Aplicación computacional (ítems 13–15)	15 % domina	14 % domina
PROMEDIO GLOBAL	20 % domina (80 % desconoce contenidos clave)	18 % domina (82 % desconoce contenidos clave)

Nota. Elaboración propia.

POST-TEST Y GANANCIA DE APRENDIZAJE

El grupo experimental alcanzó una media de 78.6 % en el post-test, logrando que el 95 % de los estudiantes afirmara haber afianzado o mejorado sus conocimientos

de trigonometría. El índice de Hake $g = 0.73$ sitúa al grupo experimental en la categoría de ganancia alta, mientras el grupo control registró $g = 0.35$ (ganancia media-baja), la diferencia de 31.3 puntos porcentuales en el post-test y $\Delta g = 0.38$ evidencian el impacto diferencial significativo de la estrategia Taller + ABP (véase Tabla 6).

Tabla 6*Resultados de pre-test y post-test con índice de Hake (n = 120)*

Grupo	Pre-test media (%)	Post-test media (%)	Ganancia bruta (pp)	Índice Hake g	Categoría
Experimental (n=65)	20.4 %	78.6 %	+58.2	0.73	Ganancia alta
Control (n=55)	18.8 %	47.3 %	+28.5	0.35	Ganancia media-baja
Diferencia exp.–ctrl.	1.6 pp	31.3 pp	$\Delta = 29.7$ pp	$\Delta g = 0.38$	—

Nota. Elaboración propia.

PRUEBA T DE STUDENT Y TAMAÑO DEL EFECTO

Se aplicaron dos modalidades complementarias: la prueba t para muestras relacionadas o dependientes, para comparar el pre-test y el post-test dentro de cada grupo, y la prueba t para muestras independientes, para contrastar

el rendimiento de ambos grupos en el post-test, eliminando el conocimiento previo como variable confusora. En todos los casos se adoptó un nivel de significancia de $\alpha = 0.05$ como umbral de decisión estadística, y se calculó la d de Cohen como medida del tamaño del efecto, con el propósito de ir más allá de la significancia estadística y cuantificar la magnitud práctica del impacto observado.

Los criterios de interpretación de la *d* de Cohen son los establecidos por el propio autor: $d < 0.20$ corresponde a un efecto insignificante, d entre 0.20 y 0.49 a un efecto pequeño, d entre 0.50 y 0.79 a un efecto moderado, $d \geq 0.80$ a un efecto grande, y $d \geq 1.20$ a un efecto muy grande (Cohen, 1988). Esta distinción es fundamental en investigación educativa aplicada: una diferencia puede ser estadísticamente significativa con muestras grandes sin tener relevancia práctica real, mientras que un tamaño de efecto grande garantiza que el impacto observado es sustancial e interpretable más allá del marco estadístico.

Tabla 7
Distribución de niveles de calidad del portafolio (grupo experimental, $n = 65$)

Nivel de calidad	Frec (n=65)	%	Descripción
Muy Bueno (18–20 pts)	42	64.6 %	App con las tres formas funcionales y personalización avanzada.
Adecuado (13–17 pts)	20	30.8 %	App con al menos dos formas funcionales y portafolio completo.
Básico (8–12 pts)	3	4.6 %	Solo rosas polares; portafolio incompleto.
Insuficiente (<8 pts)	0	0 %	—
Total, Adecuado + Muy Bueno	62	95.4 %	Alcanza el criterio de calidad esperado.

Nota. Elaboración propia.

ENCUESTA LIKERT

La encuesta Likert de 15 ítems, aplicada al concluir la sesión 5, arrojó una media global de 4.55 sobre 5 para los 13 ítems positivos, con el 92 % de las respuestas ubicadas en los valores 4 (De acuerdo) o 5 (Totalmente de acuerdo). Este resultado confirma que la estrategia Taller + ABP con MIT App Inventor fue percibida por la gran mayoría de los estudiantes como muy adecuada para aprender trigonometría.

La dimensión de motivación y engagement registró la media más alta del instrumento (4.64/5, 94 % de valoraciones favorables), por ejemplo, dentro de esta dimensión, el ítem 6 — El hecho de ver resultados visuales inmediatos al codificar me mantuvo motivado durante el curso — fue el más valorado de toda la encuesta con 4.78/5, lo que señala a la retroalimentación visual instantánea de la App como el principal factor motivacional de la secuencia. Este resultado es coherente con lo documentado por Martín y

PORTAFOLIO DE EVIDENCIAS

El análisis de los 65 portafolios del grupo experimental mediante la rúbrica analítica de cinco criterios (escala 1–4, puntaje máximo 20 puntos) confirmó una calidad de aprendizaje muy alta. El 64.6 % de los estudiantes alcanzó el nivel Muy Bueno (18–20 puntos), y el 30.8 % el nivel Adecuado (13–17 puntos), con lo que el 95.4 % del total superó el umbral de calidad establecido. Solo tres estudiantes (4.6 %) se ubicaron en el nivel Básico, ninguno en Insuficiente (véase Tabla 7).

Pérez (2024): la visualización tecnológica de conceptos abstractos transforma cualitativamente la experiencia de aprendizaje al reducir la distancia entre el concepto y su representación perceptible.

TRIANGULACIÓN METODOLÓGICA

La triangulación metodológica observada en la Tabla 8, constituye el procedimiento mediante el cual los hallazgos obtenidos a través de múltiples instrumentos de evaluación son contrastados, validados y enriquecidos mutuamente, con el propósito de superar las limitaciones inherentes a cualquier fuente de datos tomada de forma aislada (Hernández-Sampieri et al., 2014). En el presente estudio, la convergencia entre tres instrumentos de naturaleza complementaria —el pre-test/post-test con prueba *t* de Student, la rúbrica analítica de portafolios y la encuesta Likert— permite construir una imagen robusta y multidimensional del impacto de la secuencia didáctica Taller + ABP sobre el aprendizaje de la trigonometría.

Tabla 8*Tabla de triangulación metodológica (pre/post-test, rúbrica, Likert)*

Categoría analítica	Pre/Post-test + t de Student	Portafolio (rúbrica)	Encuesta Likert	Convergencia y hallazgo
Comprensión trigonométrica	80 % ignoraba conceptos (pre); 95 % afianzo (post); $t = 8.74$, $p < 0.001$, $d = 1.23$.	Crit. 3 (fundamentos matemáticos): 96.9 % adecuado + muy bueno; media 3.68.	Dim. comprensión: 4.58/5 (91 %).	ALTA. Los tres instrumentos convergen: la App obliga al estudiante a operar los conceptos trigonométricos, no solo memorizarlos (Ausubel, 2002).
Pensamiento computacional	Dominio 5 (aplicación computacional): 85 % domina en post vs 15 % en pre ($\Delta = 70$ pp).	Crit. 2 (código) y crit. 4 (progresión): 92.3 % y 93.8 % adecuado + muy bueno.	Dim. PC: 4.51/5 (90 %). Ítem 9 (codificar = comprender): 4.65.	ALTA. Coherente con Resnick (2013): codificar para aprender activa comprensión profunda de la trigonometría.
Transversalidad curricular	Integración Matemáticas-Informática reflejada en ganancia en todos los dominios (Hake $g = 0.73$).	Crit. 5 (reflexión metacognitiva): 95.4 % adecuado + muy bueno; conexión explícita entre asignaturas documentada.	Ítem 4 (integración en Maurer): 4.72 — ítem más valorado de la dimensión comprensión.	ALTA. La App materializa la transversalidad (Morán Oviedo, 2004); el estudiante la percibe y la documenta.

Nota. Elaboración propia.

La robustez de esta triangulación descansa en la complementariedad de los tres instrumentos: el pre-test/post-test con prueba t aporta certeza estadística sobre la magnitud y significancia del cambio; la rúbrica de portafolios documenta la calidad del proceso y del producto de aprendizaje; y la encuesta Likert incorpora la voz del estudiante como agente evaluador de su propia experiencia. Ninguno de estos tres instrumentos, tomado de forma aislada, ofrecería una imagen completa del impacto de la intervención. Juntos, constituyen una base de evidencia suficiente para sostener, con responsabilidad académica, que la estrategia pedagógica diseñada cumplió sus objetivos de manera estadísticamente significativa, cualitativamente rica y subjetivamente valorada por sus destinatarios.

DISCUSIÓN

Los resultados del grupo experimental confirman que la secuencia didáctica Taller + ABP con desarrollo de App en MIT App Inventor genera un impacto académico de gran magnitud en el aprendizaje de la trigonometría. La ganancia de Hake $g = 0.73$ —clasificada como alta según Hake (1998)— supera ampliamente la del grupo control ($g = 0.35$)

y representa una diferencia prácticamente equivalente a tres desviaciones estándar del grupo control, como evidencia la d de Cohen = 1.67 en la comparación entre grupos en el post-test. Este hallazgo es coherente con los principios del Taller de Ander-Egg (1999): el aprender haciendo en colectivo, alrededor de un producto compartible, activa mecanismos de comprensión que la instrucción directa no logra. El hecho de que el 95 % de los portafolios alcanzara el nivel Adecuado o Muy Bueno —con el criterio de fundamentos matemáticos documentados como el de mayor media (3.68)— demuestra que la programación de la App no fue un fin en sí mismo, sino el medio a través del cual los estudiantes operacionalizaron y verificaron su comprensión trigonométrica, en línea con el principio de Resnick (2013): codifican para aprender.

La dimensión de motivación y engagement (4.64/5) como la más alta de la encuesta Likert, con el ítem sobre resultados visuales inmediatos (4.78) como el más valorado de todo el instrumento, confirma el planteamiento de Martín y Pérez (2024): la visualización tecnológica de conceptos abstractos transforma cualitativamente la experiencia de aprendizaje. El 64.6 % de portafolios en nivel Muy Bueno —con personalizaciones avanzadas como comandos de voz, paletas de colores y controles parametrizados— evidencia que la motivación sostuvo un nivel de elaboración que supera los requisitos mínimos del proyecto.

CONCLUSIONES

El presente estudio demuestra que la secuencia didáctica basada en la estrategia de Taller (Ander-Egg, 1999) y el Aprendizaje Basado en Proyectos, implementada a través del desarrollo de una App de visualización trigonométrica en MIT App Inventor, genera una incidencia académica positiva, estadísticamente significativa y de gran magnitud en el aprendizaje de la trigonometría en la Preparatoria. Lázaro Cárdenas del Río (BUAP). Las conclusiones principales que se destacaron en este trabajo son:

- El diagnóstico inicial reveló que el 80 % de los estudiantes desconocía conceptos fundamentales de trigonometría, confirmando la necesidad de una intervención didáctica activa y contextualizada. Al finalizar la intervención, el 95 % de los estudiantes del grupo experimental afirmó haber afianzado o mejorado sus conocimientos, con una ganancia de Hake $g = 0.73$.

- La prueba t de Student confirmó diferencias estadísticamente significativas en el pre-test/post-test del grupo experimental ($t = 8.74$, $p < 0.001$, $d = 1.23$) y en la comparación entre grupos en el post-test ($t = 9.18$, $p < 0.001$, $d = 1.67$). Estos tamaños de efecto grandes validan la eficacia de la estrategia más allá de la significancia estadística.
- La calidad del portafolio (95 % en nivel Adecuado o Muy Bueno) y la encuesta Likert (92 % de valoraciones muy adecuadas, media global 4.55/5) confirman que la estrategia impacta tanto la calidad del producto de aprendizaje como la percepción y motivación del estudiante, validando la triangulación metodológica.
- La transversalidad curricular entre Matemáticas e Innovación de Aplicaciones, materializada en la App, es un factor explicativo central del impacto observado: la programación de las ecuaciones trigonométricas convierte el saber abstracto en un saber operacional verificable visualmente, en línea con el principio de aprendizaje significativo de Ausubel (2002) y el construccionismo de Papert (1980).

REFERENCIAS

- Ander-Egg, E. (1999). El taller: Una alternativa de renovación pedagógica. Magisterio del Río de la Plata.
- Ausubel, D. P. (2002). Adquisición y retención del conocimiento: Una perspectiva cognitiva. Paidós.
- Brennan, K. (2015). Creative computing: A design-based introduction to computational thinking. Harvard Graduate School of Education. <http://scratched.gse.harvard.edu/ct/curriculum.html>
- Cano, E. (2012). El portafolio del profesorado universitario: Un instrumento para la evaluación y para el desarrollo profesional. Octaedro.
- Cohen, J. (1988). Statistical power analysis for the behavioral sciences (2nd ed.). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Fernández, M., & Martínez, R. (2023). Inclusión digital y enseñanza de la programación móvil en comunidades marginadas. Revista Latinoamericana de Educación Tecnológica, 15(2), 67–82.
- García-García, J. L., & Dolores-Flores, C. (2022). El desarrollo del razonamiento espacial a través de la trigonometría en la educación secundaria. Revista de Educación Matemática, 34(2), 45–60.
- Hake, R. R. (1998). Interactive-engagement versus traditional methods: A six-thousand-student survey of mechanics test data for introductory physics courses. American Journal of Physics, 66(1), 64–74. <https://doi.org/10.1119/1.18809>
- Hernández-Sampieri, R., Fernández-Collado, C., & Baptista-Lucio, P. (2014). Metodología de la investigación (6.ª ed.). McGraw-Hill.
- Krajcik, J. S., & Shin, N. (2014). Project-based learning. En R. K. Sawyer (Ed.), The Cambridge handbook of the learning sciences (2nd ed., pp. 275–297). Cambridge University Press.
- López, A., & García, S. (2024). Impacto de la programación móvil en la motivación estudiantil: Un estudio longitudinal. Revista Iberoamericana de Educación, 28(3), 88–103.
- Markula, A., & Aksela, M. (2022). The key characteristics of project-based learning: How teachers implement projects in K-12 science education. Disciplinary and Interdisciplinary Science Education Research, 4(1), 2. <https://doi.org/10.1186/s43031-021-00042-x>
- Martín, A., & Pérez, L. (2024). La integración de tecnologías digitales en la enseñanza de la trigonometría y su impacto en la comprensión matemática. Revista Iberoamericana de Tecnología Educativa, 9(3), 101–115.
- Maspul, K. A. (2024). Enhancing STEM education through project-based learning: A strategy to engaging secondary school students. Journal of Education and Learning, 18(2), 312–320.
- Mota, F. B., Cabral, B. P., Braga, L. A. M., & Lopes, R. M. (2025). Mapping the global research on project-based learning: A bibliometric and network analysis (2014–2024). Frontiers in Education, 10, Article 1522694. <https://doi.org/10.3389/feduc.2025.1522694>
- Morales-Morgado, E. M., Ruiz-Torres, S., Rodero-Cilleros, S., Morales-Romo, B., & Campos-Ortuño, R. A. (2023). Metodologías activas en educación superior, mediadas por tecnologías en diversas disciplinas. Aula: Revista de Pedagogía de la Universidad de Salamanca, 29, 67–85. <https://doi.org/10.14201/aula202329>
- Morán Oviedo, P. (2004). La docencia como recreación y construcción del conocimiento: Sentido pedagógico de la investigación en el aula. Perfiles Educativos, 26(105–106), 41–72.
- Papert, S. (1980). Mindstorms: Children, computers, and powerful ideas. Basic Books.
- Resnick, M. (2013). Learn to code, code to learn. EdSurge. <https://www.edsurge.com/news/2013-05-08-learn-to-code-code-to-learn>
- Rivas, P., & Fernández, M. (2023). El enfoque transversal en la enseñanza de la trigonometría: Una propuesta para aumentar la motivación estudiantil. Educación Matemática y Ciencia, 12(1), 78–93.
- Wolber, D., Abelson, H., Spertus, E., & Looney, L. (2015). App Inventor 2: Create your own Android apps. O'Reilly Media.